LA GEOMETRÍA Y EL ARTE CUBISTA COMO GENERADORES DE ESPACIO

Antonio Di Teodoro[1], María Fernanda Romero[2].

[1] Universidad Simón Bolívar, GIEMCIEA Grupo de Investigación y Educación Matemática del Colegio Integral El Ávila, aditeodoro@usb.ve
[2] GIEMCIEA Grupo de Investigación y Educación Matemática del Colegio Integral El Ávila, maferomero@gmail.com

RESUMEN

En este trabajo se retoma una estrategia pedagógica para la enseñanza de fracciones a niños de educación media, basada en la geometría Euclidea. Esta estrategia se fundamenta en cortes de figuras geométricas mediante líneas rectas y la asignación de atributos a ese espacio generado, como por ejemplo el color. Luego, a partir de esta motivación, se discute cómo extender la asignación de una variable o atributo al espacio bidimensional generado por los cortes, considerando ahora variables como música, sabor y espacio arquitectónico. De igual manera se debate brevemente sobre cómo generar nuevas estrategias pedagógicas basadas en estas variables y se plantea una deliberación sobre la sensibilidad artística que se puede sembrar en niños a los cuales se les presenta este método que permite la integración del conocimiento.

Palabras clave: proporción, medida, plano, espacio, línea.

INTRODUCCIÓN

A través de la historia de la matemática la geometría fue perdiendo protagonismo ante las necesidades comerciales de los pueblos, pasando a ser el álgebra la forma común de afrontar los problemas matemáticos del día a día. Actualmente se advierte cómo la enseñanza de la matemática, buscando disminuir los tiempos de aprendizaje y simplificar los contenidos a estudiar, tiene un basamento mayormente algebraico. En este proceso de evolución del aprendizaje y enseñanza de la matemática, perdimos la profundidad y pertinencia del contenido, el proceso creativo, generación y utilización del espacio, la relación entre la matemática y nuestro día a día, entre otros.

Este trabajo se busca combinar la pedagogía con la matemática de forma tal que se puedan generar espacios, es una extensión de una propuesta previa donde se plantea el aprendizaje de las fracciones a nivel geométrico, a través de su área, asociándole el atributo color, ver Di Teodoro, Romero (2014). Con ella se buscó retomar la idea griega para explicar fracciones alejándonos del sistema de enseñanza actual, pero teniendo en cuenta que no es posible desligarse de él. Para poner en práctica la misma, se creó una estrategia pedagógica basada en la obra de Piet Mondrian.

Es por ello que, en este trabajo, el objetivo es retomar la estrategia usada para explicar fracciones, y a partir de ella proponer otras nuevas, motivar, inspirar, brindar y desarrollar ideas a ser aplicadas en el futuro, generando así integración del conocimiento a través de la enseñanza de conceptos matemáticos de forma concreta, empleando estrategias pedagógicas basadas en la geometría, lo que permita la extensión a otras áreas de conocimiento como arquitectura, música, cocina, etc.

1. FORMALISMO MATEMÁTICO

El uso de una estrategia pedagógica que vaya de lo concreto a lo abstracto, a través de la geometría, permitirá relacionar al niño con un universo totalmente diferente al que nosotros tenemos concebido algebraicamente, un conocimiento a través del cual el individuo pueda empezar a florecer, que le permitirá el desarrollo de virtudes y talentos que pueda aprovechar en su vida adulta. A continuación presentaremos todo lo relacionado con la parte formal matemática que sustenta toda la estrategia pedagógica, se puede ver con mayor profundidad en Di Teodoro, Romero (2014).

1.1 Sobre la definición de la fracción

Fracción: Fracción es cada una de las partes iguales en las que se divide un todo.

Área: Medida de la superficie de una figura.

Cuadrado Pitagórico: Es un cuadrado construido a partir de otros cuadrados con área 1x1.

Un ejemplo de un cuadrado Pitagórico 3x3, formado a partir de 9 cuadrados de área de 1x1 (ver figura 1).

Ahora, en otro sentido, si se tiene un cuadrado y éste se parte exactamente por la mitad usando una línea vertical obtenemos dos rectángulos, tal que la suma de los medios rectángulos es el cuadrado completo. Es decir, partir exactamente por la mitad un cuadrado usando una línea diagonal equivale a partir exactamente por la mitad un cuadrado usando una línea vertical (ver figura 2).

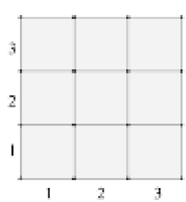


Figura 1

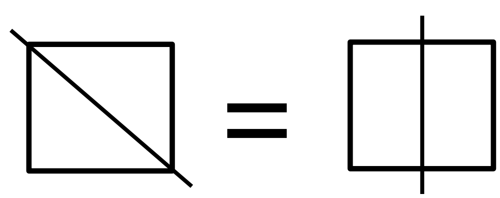


Figura 2

A pesar que el triángulo y el cuadrado son equivalentes en términos del área, utilizamos sólo triángulos para apoyarnos en la axiomática de Euclides sobre la congruencia de triángulos.

Multiplicación pitagórica: Se refiere a sumar cuadrados de área 1x1.

Ejemplo: 3 x 2 equivale a sumar 6 cuadrados 1x1.

Si se tiene un cuadrado y se parte exactamente por la mitad usando una línea diagonal se obtienen dos triángulos congruentes I y II (ver figura 3), tal que la suma de las áreas de los dos triángulos es el área del cuadrado completo. Esto ocurre gracias a que el triángulo I es congruente con el triángulo II por el criterio de congruencia lado, lado, lado.

Es decir, que estos triángulos equivalen a media parte del cuadrado. Diremos en este caso uno proporción dos o (1:2) de un cuadrado 1x1. Si se divide ese mismo cuadrado 1x1 en 4 partes, usando otra diagonal, (se obtienen 4 triángulos) cada triángulo equivaldría a uno proporción cuatro (1:4) de ese cuadrado (ver figura 4).

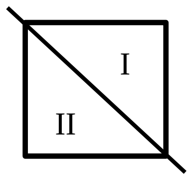


Figura 3

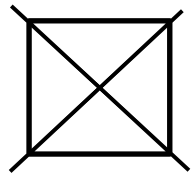


Figura 4

Consideremos ahora un cuadrado pitagórico 3x3.

Si lo partimos exactamente por la mitad, y contamos los cuadros resultantes, obtenemos lo siguiente:

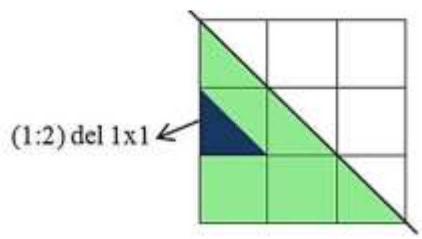


Figura 5

Se observa (ver figura 5) que la mitad del cuadrado pitagórico (lo que geométricamente genera un triángulo) se compone por 3 cuadrados 1x1 más un cuadrado 1x1 que resulta de la suma de dos triángulos pequeños (1:2) + (1:2) y finalmente (1:2) de otro cuadrado 1x1, lo que daría un total de 4 y medio cuadrados. Esto se logra gracias a la congruencia de triángulos.

$$\acute{A}rea\ de\ un\ tri\acute{a}ngulo\ (figura\ 5) = 3\ cuadrados + 2\ (1{:}2) + (1{:}2)$$

= 3(2(1:2))+2(1:2)+ (1:2)

= 9(1:2)= 4(2(1:2))+ (1:2)

Es decir, si el área del cuadrado entero (número de cuadros dentro del polígono) es 9, entonces el cuadrado pitagórico está compuesto por 9 cuadrados y si la partimos con una diagonal (ver figura 5), se generan dos triángulos que están compuestos por 4(2(1:2))+(1:2) cuadrados de 1x1. Si seguimos partiendo el cuadro pitagórico, por ejemplo, en 4 partes (ver figura 6) obtendremos lo siguiente:

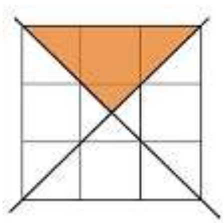


Figura 6

Área de un triángulo (figura 6) = 4 (1:4) + 4 (1:4) + (1:4)= 9 (1:4)
En notación decimal es 2,25.

Objeto fracción:

En general un objeto fracción es una proporción (n:m) donde n y m viven en Z (conjunto de los números enteros).

Si n=$k_1.k_2$, con k_1 y k_2 en Z, entonces (n:m) es equivalente a ($k_1.k_2$:m). (“.” Operación de multiplicación)

Por eso, si se continúa partiendo el cuadrado pitagórico usando líneas verticales y horizontales, obtendremos lo siguiente (ver figura 7):

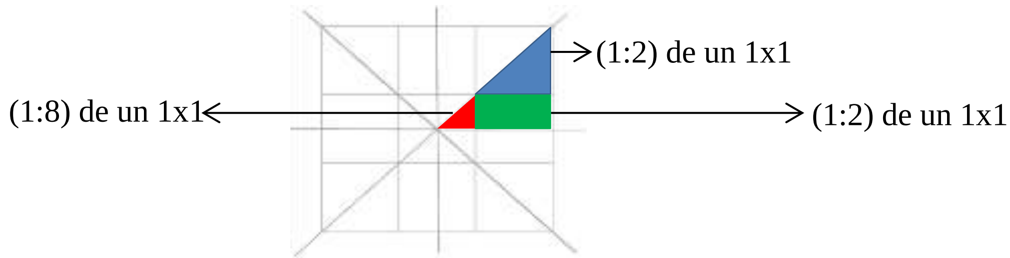


Figura 7

(1:2) + (1:2) + (1:8) todos a partir de 1x1

2 (1:2) + (1:8) a partir de 1x1

1 cuadrado + (1:8) a partir de 1x1.

1.2 Para explicar la adición y sustracción de fracciones

Nos vamos a concentrar en el caso de los cuadrados pitagóricos con división distinta. En el caso de los cuadrados pitagóricos con igual división ver Di Teodoro, Romero (2014). Diferentes cuadrados pitagóricos ABCD y LMKJ con igual número de particiones (número de cuadrados generados) y diferente número de divisiones (ver figuras 8 y 9).

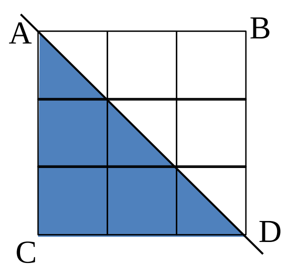


Figura 8

Cuadrado pitagórico de 3x3

A^{Δ}_{DAC}=9(1:2) = 4 y (1:2) medio cuadrados 1x1

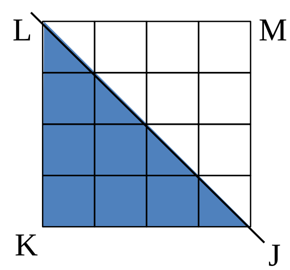


Figura 9

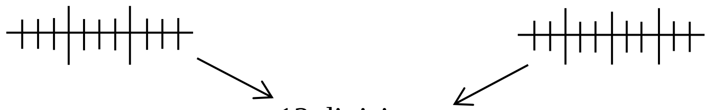
Cuadrado pitagórico de 4x4

A^{Δ}_{LKJ}=16 (1:2) = 8 cuadrados 1x1

Para entender cómo ver la equivalencia, sin pérdida de la generalidad consideramos sólo una dimensión de cada cuadrado pitagórico ABCD y LMNK.

Luego se subdivide en 3 cada segmento de los lados del cuadrado pitagórico LMKJ y en 4 cada segmento de los lados del cuadrado pitagórico ABCD lo que garantiza que ambos cuadrados pitagóricos sean iguales (igual número de cuadrados internos). A continuación se aplica la estrategia usada en el caso en que tienen el mismo número de particiones (ver figura 10).

Cuadrado pitagórico de 3x3 Cuadrado pitagórico de 4x4



12 divisiones

Figura 10

Hay que subdividir cada cuadrado pitagórico y comparar para mantener la proporción (es indispensable que el cuadrado mantenga la misma área, la longitud de sus lados). No hay forma que podamos comparar si se cambia el cuadrado y no se mantiene el área.

1.2.1 Adición de fracciones

La idea es agregar figuras geométricas (ver figura 11).

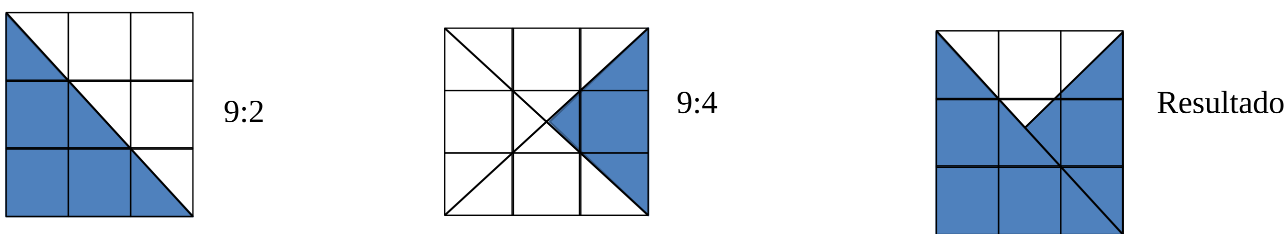


Figura 11

Como sumar: 9:2 + 9:4

Resultado= (9:4) + (9:2)

= (9:4) + 2 (9:4)

= 3 (9:4)

1.2.2 Sobre la sustracción

La idea es quitar figuras geométricas (ver figura 12).

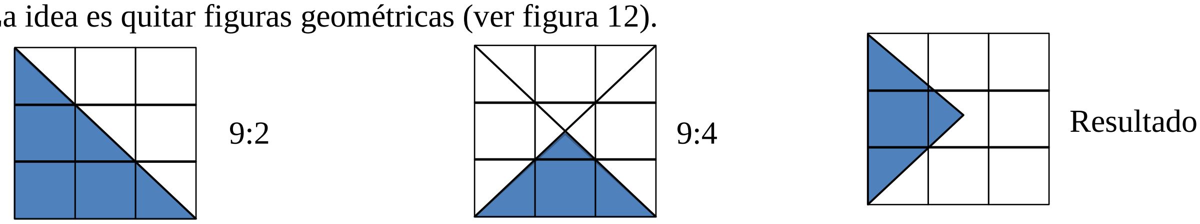


Figura 12

Como restar: 9:2 - 9:4

(9:2) – (9:4) = 2(9:4) – (9:4) = (9:4)

Esto siempre que ambos cuadrados sean comparables, es decir, tengan una base común, esto se refiere a que tengan el mismo número de cuadrados).

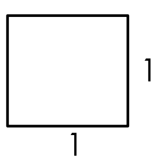
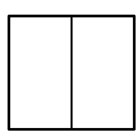
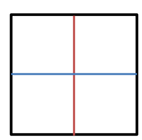
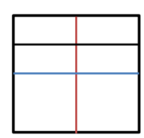
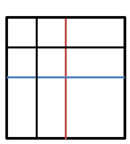
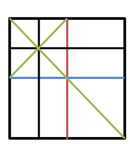
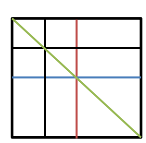
2. ESTRATEGIA PEDAGÓGICA

En esta sección se presentará la estrategia pedagógica utilizada en el Colegio Integral El Ávila de Caracas, aplicada a niños de doce años, a través de la cual se relaciona color con área. Esta estrategia se basó en dos actividades, la primera donde se abordó el tema el espacio como medio para la comprensión del objeto fracción y luego una actividad donde se integró el objeto fracción y el color, para mayor información consulta Di Teodoro, Romero (2014). A partir de esta estrategia se proponen nuevos alcances.

2.1 El espacio y el color

En esta actividad se dio al alumno el fundamento geométrico espacial, en ella, se pudo apreciar el todo como la región a partir, este todo se conservó, aun cuando se realizaron particiones. El área de la figura geométrica (el plano) trabajada permaneció inalterada, sin embargo, pudo considerarse cada parte de ese todo como un todo a su vez y se hicieron particiones de manera equitativa o proporcional. Esto permitió que los alumnos establecieran equivalencias como 2 cuadrados medianos equivalen a un rectángulo grande, cuatro cuadrados pequeños a un rectángulo mediano, cuatro cuadrados pequeños a un cuadrado mediano, un rectángulo grande a un triángulo grande, dos triángulos pequeños a un cuadrado pequeño, adquirieron nociones de área, dimensión y espacio. La mediación docente facilitó a los niños la transición de la primera partición geométrica a la simbólica, estableciendo una conexión entre la operación algebraica de división y el objeto fracción. Igualmente se estableció una referencia común donde se logró hablar en términos de cuadrados, triángulos o rectángulos pequeños, medianos, grandes sin confusión.

Para realizar esta actividad didáctica relacionada con el área como representación del objeto fracción, los alumnos fueron sentados en parejas y el trabajo se realizó primero uno y después el otro de modo que pudieran comparar en cada paso el antes y el después. Se partió de acuerdo a las instrucciones dadas por la maestra siguiendo el siguiente esquema:

Paso 1 	Paso 2 	Paso 3 	Paso 4 
Paso 5 	Paso 6 	Paso 7 	

Con la actividad anterior se buscó dar la base teórico-práctica geométrica a los niños que permitió a posteriori la utilización de áreas para identificar el objeto fracción. A partir de este punto se trabajó mediante el uso de relaciones biunívocas (conexiones uno a uno). Si usamos ahora el lenguaje de las matemáticas, específicamente las relaciones biunívocas, cada relación estará determinada por uno o más atributos con los que se buscará construir espacios donde confluyan distintas variables como por ejemplo color, forma y sabor.

Si se relaciona el espacio con el atributo o variable color, es posible generar estrategias pedagógicas basadas en el arte cubista y relacionar la matemática mediante la conexión fracción=área (color). Si a un espacio se agrega la variable color, se puede relacionar con un artista dado, por ejemplo, Mondrian de la siguiente manera (estrategia puesta en práctica):

Se solicitó a los alumnos que utilizaran 3 colores para rellenar algunas de las partes creadas en la actividad, teniendo en cuenta dos condiciones: se debía usar la misma cantidad de cada color y cada parte debía tener un único color. A continuación se les pidió calcular el área total de los colores utilizados en diferentes términos (en base a cuadrados pequeños o rectángulos, etc.) para hacer un cálculo de pintura (ver figura 13).

Figura 13

También se realizó un conteo de forma inversa, es decir, todos los alumnos del salón tienen un total de partes de un color, si quitamos lo que tiene un grupo queda una cantidad diferente de partes (ver figura 14).

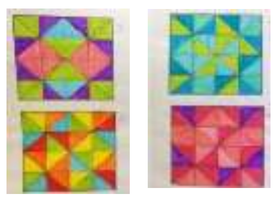


Figura 14

A través de las actividades anteriores se evidencia como, con el lenguaje de la matemática, no sólo es posible el aprendizaje de un contenido específico dentro del pensum académico, sino que además es viable incorporar dentro del proceso otra área temática, en este caso el arte, con lo que se logra la integración del conocimiento. El arte no es la única área temática con la que se puede establecer vínculos, no hay límites para ello, sólo se requiere de una buena base en cuanto al conocimiento matemático, tiempo y creatividad.

3. DE LA PEDAGOGÍA, EL FORMALISMO Y SU APLICACIÓN MÁS ALLÁ DE LA ESCUELA

Como se vio en la sección uno, el objeto fracción se puede interpretar en términos de área. Esto permite que las matemáticas, específicamente la parte referida a las fracciones, formen un lenguaje muy intuitivo de aprender y a la vez permiten de manera natural conectar con otras áreas del conocimiento a través del espacio y el tiempo.

En la sección anterior se presentó una estrategia pedagógica donde se relacionó el espacio y color. La motivación inicial del trabajo descrito en la sección anterior, es explicar desde muy temprana edad todo lo relacionado con el álgebra mediante la geometría a los niños. Esta visión pedagógica se basa en conocimiento integral, explicando conceptos abstractos desde su esencia.

En esta sección se pretende, en primer lugar, generar una discusión que permita conectar el lenguaje matemático, específicamente lo referido a la fracción, con otras ramas del conocimiento y, en segundo lugar, establecer algunas estrategias pedagógicas basadas en este debate. Finalmente se establecerá una muy breve deliberación sobre la sensibilidad de los alumnos al conocimiento integrado, esto tiene que ver con la percepción de cada uno de los individuos.

3.1 Espacio

El punto es el objeto más pequeño que se puede definir en la geometría, es el "Límite mínimo de la extensión, que se considera sin longitud, anchura ni profundidad" (Diccionario de la Real Academia Española, Avance de la Vigésima Tercera Edición).

Un conjunto de puntos pueden alinearse y generar una recta. Esta alineación implica un orden. Los griegos notaron que al asignarle orden y distancia al objeto punto podían generar y definir las figuras geométricas.

Así fue como Euclides definió el círculo que no es más que el lugar geométrico de los puntos que equidistan a un punto fijo siempre igual. De esta misma forma se puede definir una elipse al poner dos puntos fijos y buscar el lugar geométrico de los puntos cuya distancia sumen siempre lo mismo.

Se puede observar que los puntos y las distancias que los separan generan y caracterizan las figuras en un espacio (espacio es donde viven los puntos). El espacio se puede caracterizar por múltiples coordenadas, sin embargo en esta propuesta se trabajará solo con el plano.

En la historia de la matemática, la noción de distancia entre dos puntos obedeció a una noción de congruencia de segmentos hasta la llegada de Descartes, quien con su plano cartesiano, da el sentido geométrico algebraico que permite establecer todo tipo de representación analítica sobre el espacio bidimensional y la manipulación algebraica eficaz mediante las representaciones polinómicas de las curvas en el plano.

Con base en las ideas de Descartes, en esta propuesta se tomó una superficie (área) bidimensional, representada por un cuadrado de papel, ésta fue transformada a través de cortes realizados usando líneas rectas lo que generó cuadrados, triángulos y rectángulos, que a su vez fueron transformados. Luego se caracterizaron las áreas de estas figuras. Como se ha trabajado con cuadritos, el área es la unión de todos ellos, la unión de todos los cuadritos se traduce algebraicamente como la suma de los mismos.

El cuadrado al ser picado en dos partes, genera el área del triángulo. Si luego se extiende un lado del cuadrado siendo uno mayor que otro, generamos el área del rectángulo, la cual podemos cuantificar simplemente contando los cuadritos.

Así, *las fracciones se conectan directamente con el área de figuras planas, específicamente, se observa que establecer relaciones entre las figuras es establecer relaciones con el objeto fracción*. En esta idea se basó la estrategia pedagógica presentada en la sección dos. Incluso, conceptos como el mínimo común múltiplo y máximo común divisor, se derivan de manera natural de las figuras que luego se pueden interpretar en términos de fracciones.

3.2 Espacio, Densidad y Color

La densidad es un concepto que nació entre los científicos en tiempos en que las unidades de medida eran distintas en cada región, de modo que asignaron a cada materia un número, que no tenía dimensión, que era la proporción de la masa de esa materia comparada con un volumen igual de agua pura. Se cree que Arquímedes fue el que descubrió esta relación, lo cierto es que él fue el primero en usarla en el tratado Sobre los cuerpos flotantes. Así la densidad hace referencia a cómo se relaciona la geometría con la física. Dentro de una estrategia pedagógica que conecte fracciones con densidad, esta relación se logró cuando se asignaron litros de pinturas de diferentes colores para cubrir áreas específicas. Por ejemplo, cuando un pintor va a pintar una pared y calcula cuánta pintura necesita, piensa en la geometría usando la relación masa/volumen. Esto implica que para calcular el área usa la geometría y así calcula la pintura necesaria, que es una cantidad física. Note que, a pesar que el área es una magnitud bidimensional, para generar volumen sólo debe añadirse una tercera coordenada que puede ser fija siempre igual a uno, sin pérdida de la generalidad.

Como cada figura cerrada encierra su propio plano acotado, el cual está contenido en un plano de dimensión infinita, cuando se empieza a jugar a romper las figuras, crear otras y hacer aproximaciones en términos de área, se empieza a generar un nuevo espacio bidimensional que se puede representar en proporciones, según las cuales, a través de las relaciones biunívocas, se le asigna a cada variable un atributo deseado. Esto permite conectar el lenguaje matemático con otros lenguajes. Por ejemplo, consideremos una figura que puede ser transformada mediante cortes. Cada nuevo espacio generado se puede caracterizar en términos de una variable, de igual manera a través de las relaciones biunívocas, se pueden agregar más atributos, por ejemplo color rojo con una densidad específica, dos colores con densidades distintas, etc. De esta manera se pueden generar estrategias pedagógicas destinadas a niños de los primeros grados de primaria que se puedan extender hasta grados superiores, donde la instrucción sea rellenar las partes de una figura usando dos colores con densidades distintas o pedir a los alumnos que de acuerdo a la masa utilizada de un color específico, se determine la densidad, entre otras.

El desarrollo de actividades pedagógicas va a depender, en gran parte, de la madurez del individuo, sin embargo se pueden adaptar diversas actividades relacionadas con el espacio y diferentes variables usando diversos materiales concretos.

3.3 Espacio y arquitectura

Si no se limita a una sola variable como es el color y se consideran varias variables con otras características, el área se puede utilizar, por ejemplo, para representar tierras, sembradíos, bloques, etc. Éste es un espacio de libre caracterización que puede servir como generador de estructuras a posteriori. Como la fracción representa un espacio geométrico mediante el área, es natural una representación, en términos arquitectónicos este espacio puede ser una habitación, un jardín, una casa, una cocina o cualquier tipo espacio arquitectónico. De esta manera la geometría es un lenguaje que conecta la matemática y elementos sociales.

De igual forma es posible relacionar espacios diferentes, en términos arquitectónicos, dentro de una misma obra expresando cada uno en términos de fracciones y estableciendo relaciones proporcionales. Incluso es viable el establecimiento de relaciones de belleza según un artista dado. Por ejemplo, si tomo como referencia la obra *Composición con rojo, amarillo, azul y negro* de Mondrian, se pueden utilizar fracciones para representar las proporciones usadas de cada color en la obra y luego usarlas para crear una habitación en un plano.

Las proporciones son variables difíciles de representar en el espacio real, en nuestra realidad tridimensional. Si se logra representar, su observación no generará datos aprovechables, sin embargo, si se expresan en forma de fracciones y éstas se representen en forma bidimensional, pueden aportar mucha información.

Finalmente tenemos dos posibilidades de relacionar arquitectura, espacio y color mediante el lenguaje de la matemática. Una posibilidad consiste crear una obra arquitectónica derivada de una obra de arte, interpretando los espacios coloreados en términos de fracciones. La otra posibilidad es, dado un plano de una vivienda mediante las fracciones, que son representaciones de las proporciones de todo el plano, crear obras de arte.

3.4 Espacio, Música y Sabor.

Anteriormente se relacionó color y espacio a través las fracciones y las relaciones biunívocas. A continuación se mostrará cómo es posible, a través del lenguaje de las fracciones, relacionar espacio y sabor, para ello se asociarán diversos ingredientes de una preparación, en términos de gramos, con las áreas de las figuras.

Dado todo el proceso de aprendizaje de las fracciones y su relación con el espacio desde edades tempranas, el jugar con otros elementos es parte de su aplicación integral, ésta se puede enriquecer en términos de la experiencia de vida única de cada individuo.

Se pueden crear actividades pedagógicas donde los niños relacionen los gramos que se necesitan de cada ingrediente a una proporción dentro de una receta y que expresen esta relación proporcional en fracciones. De igual forma se pueden dar proporciones sobre los ingredientes en términos de gramos, pedir a los niños busquen recetas donde se cumplan ciertas relaciones, incluso, que a través de ellas los niños generen su propia receta o que primero creen una receta, expresen los gramos en términos de fracciones y a través de la relación de proporción generen una obra artística. La proporción usada en la receta igualmente puede usarse para generar un espacio arquitectónico o de forma inversa que la proporción tomada de una obra arquitectónica se use para crear una receta. En estos casos el espacio estaría representado por el total de los ingredientes con los que se prepara el plato, las fracciones por las proporciones que se usan de cada uno de ellos para prepararlos.

Con las actividades anteriores se puede observar que el sabor se relaciona a través del lenguaje de las fracciones, con el área y los gramos. Siguiendo estas conexiones sabor, espacio y espacio arquitectónico, la conexión a través del lenguaje matemático permite entonces que una preparación culinaria esté relacionada con una obra arquitectónica gracias a la conexión de las áreas mediante las fracciones.

En casos anteriores se habló de caracterizar una habitación con el atributo color, a este color no sólo se puede colocar una matriz de degradación de color, que puede ser infinita, eso sugiere que se tienen infinitas posibilidades de combinación sino que también se puede agregar sabor en términos de la proporción gracias al lenguaje de las fracciones. También es posible que el proceso creativo en términos de color o sabor comande la estructura matemática (ver figura 15).

Las flechas representan el lenguaje matemático fracción ≅ área

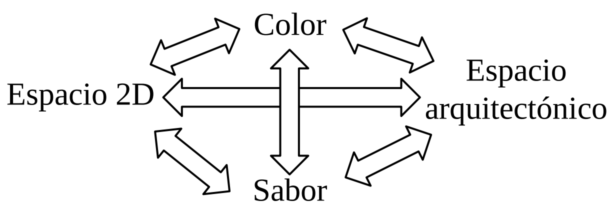


Figura 15

Igualmente se puede agregar la variable musical y así crear una obra musical donde los compases o los tiempos de cada nota, son la representación de las fracciones, representación que puede ser expresada en términos de área y llevarse a una obra arquitectónica, o una receta.

Es posible también generar estrategias pedagógicas basadas en el constructivismo usando la música para identificar la cantidad de compases o tiempos musicales de un instrumento en función del área de una fracción. Esta es una conexión mucho más compleja ya que relaciona tiempo y espacio de forma no tangible.

3.5 Percepción (Sensibilidad Artística)

A lo largo de todo este trabajo se ha hecho referencia de manera tácita a la sensibilidad artística, lo cual forzadamente no lleva al tema de la percepción. La percepción es una impresión interna que creamos basándonos en información provista por nuestros sentidos. Esta impresión estará marcada por la experiencia, cultura propia de cada país, el aprendizaje a lo largo de la vida y llevará a cada persona a entender la belleza de forma muy diferente.

Como consecuencia se generan numerosas preguntas como ¿cuál es el espacio más apropiado para que una obra (de cualquier tipo) tenga un sentido de belleza?, ¿cuál es la proporción de la belleza?, ¿el color define la belleza?, ¿en qué sentido?, ¿es posible replicar las proporciones de una obra artística, que ha sido considerada como ejemplo de belleza, para crear otra obra que pueda alcanzar la misma consideración?

La belleza no puede ser medible, ni definible bajo un solo criterio, es una noción que cada quien desarrolla a posteriori en función de la experiencia de vida. Sin embargo, independientemente del criterio de belleza utilizado, hay ciertos puntos de coincidencia que da la proporción, lo que lleva a tener un criterio más uniforme o universal de belleza dentro de la estructura artística sensible del ser humano.

En la estrategia pedagógica que dio origen a este trabajo, se probó con un atributo. Como se ha explicado en las secciones anteriores, se pueden probar más estrategias, con diversos niveles de complejidad y dirigidas a distintos rangos de edad. De esta manera, el diseño de estrategias pedagógicas busca formar seres humanos con mayor sensibilidad artística y conocimiento, iniciando el proceso en los primeros grados y desarrollándolo cada año hasta llegar a niveles superiores. El grado de sensibilidad que puede tener un individuo en un grado superior, es una sensibilidad formada, recogida de su experiencia, sin embargo se desconoce hasta qué punto se puede afectar esa sensibilidad.

4. CONCLUSIÓN

A lo largo de este trabajo se mostró cómo el lenguaje matemático creó puntos de coincidencia entre disciplinas y áreas del conocimiento que, usualmente, se perciben como independientes. A través del objeto fracción (siendo este un instrumento muy elemental en matemática) se conectan los mundos del arte, cocina, arquitectura y música de tal manera que uno pudo generarse crearse en función del otro y viceversa.

La matemática es una herramienta que usamos en nuestro día a día, pero también es una herramienta que permite el desarrollo de nuestro potencial artístico e intelectual. Es la Piedra Rosetta, que permite traducir múltiples idiomas para ser usados según sea necesario.

¿Será posible utilizar las estrategias sugeridas para proveer un bagaje cultural lo suficientemente amplio como para desarrollar la sensibilidad artística y el criterio personal en nuestro niños y así generar adultos más preparados?

5. AGRADECIMIENTOS

Agradecemos al Profesor Daniel Atilano por invitarnos a participar, a los miembros del Colegio Integral El Ávila por darnos libertad de crear, probar nuestras ideas y a los organizadores de la Trienal FAU por tomarnos en cuenta.

6. REFERENCIAS

Atilano, D. (2009). Pitágoras: número, música y proporción. *Revista UCSAR, 2, 9-27.*

Bryne, O. (2010). *Los elementos de Euclides: Los primeros 6 libros*. España: Taschen.

Diccionario de la Real Academia Española. (Avance 23ª. ed.). (2014). Recuperado el 22 de febrero de 2014, del Sitio Web de la Real Academia dela Lengua Española: http://lema.rae.es/drae/srv/search?id=pFHmgzSXM2x5wnatbML

Di Teodoro, A. y Romero, M. (2014). La geometría y el arte cubista como estrategia de enseñanza del objeto fracción. Preprint.

Health, T.L. (1956). *The thirteen books of Euclid´s elements. Volume I-II*. New York: Dover Publications.